Квадратные уравнения. Теорема Виета

Задача 1. Решите квадратное уравнение. Проверьте его корни с помощью теоремы Виета.

а) $12x^2 - 53x + 55 = 0$

б) $10x^2 - 13x + 4 = 0$

в) $25x^2 - 10x - 16 = 0$

г) $9x^2 - 6x - 11 = 0$

Задача 2. Рассмотрим квадратное уравнение $x^2 - 2008x + 2009$. Пусть x_1, x_2 – его корни. Не вычисляя их, найдите:

а) $x_1^3 + x_2^3$

б) $(x_1/x_2)^2 + (x_2/x_1)^2$

Задача 3. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корнями которого будут являться числа:

а) 1 и $\dfrac{1}{2}$

б) $\dfrac{4}{5}$ и $\dfrac{5}{4}$

в) $\dfrac{2}{3}$ и $\dfrac{5}{3}$

г) $0,12321$ и $0,111$

Задача 4. Рассмотрим квадратное уравнение $x^2 - 8x + 9$. Пусть x_1, x_2 – его корни. Не вычисляя их, составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, корнями которого будут являться:

а) $\dfrac{1}{x_1}$ и $\dfrac{1}{x_2}$

б) $\dfrac{x_1}{x_2^2}$ и $\dfrac{x_2}{x_1^2}$

в) $x_1 + \dfrac{1}{x_1}$ и $x_2 + \dfrac{1}{x_2}$

г) $\dfrac{1}{1 + x_1^2}$ и $\dfrac{1}{1 + x_2^2}$

Задача 5*. Известно что квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$, где $p, q \in \mathbb{Z}$, имеет среди своих корней число $1 + \sqrt{2}$. Найдите p и q, а также другой корень этого уравнения.