

Инвариант

Задача 1. На столе стоят вверх дном 179 стаканов. За один ход разрешается перевернуть любые два стакана. Можно ли за несколько таких ходов поставить все стаканы вниз дном?

Задача 2. В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы, причём этот язык обладает такими свойствами:

- Если из слова выкинуть рядом стоящие буквы УЫ, то смысл слова не изменится.
- Смысл слова не изменится, если вставить в любое место буквосочетание ЫУ и УУЫЫ.

Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЫУУ имеют одинаковый смысл?

Задача 3. Дана квадратная таблица 4×4 , в каждой клетке которой стоит + или -. За один ход можно поменять все знаки в любой строке или любом столбце на противоположные. Можно ли за несколько ходов получить таблицу из одних плюсов?

	+ + + -	
	+ + + +	
	- - + +	
	+ + + +	
	- + + -	
	+ + + +	
	- + + -	
	+ + + +	

Задача 4. К числу можно прибавлять сумму его цифр. Можно ли за несколько шагов получить из единицы 123456789?

Задача 5. Круг разбит на шесть секторов, в каждом из которых лежит ровно одна монета. За один ход разрешается любую монету передвинуть в один из двух соседних секторов. Можно ли собрать все монеты в одном секторе, сделав ровно 20 ходов?

Задача 6.

- а) Докажите, что число $111 \dots 111$, состоящее из 81 единицы, делится на 81.
- б) Верен ли признак делимости на 81: если сумма цифр числа делится на 81, то и само число делится на 81?

Задача 7.

- а) Как трём разбойникам поделить награбленную добычу, если она разнородна и её нельзя объективно оценить? (При этом каждый разбойник должен быть уверен, что получил не менее одной трети).
- б) А как поступить N разбойникам?